

$\Theta_0 = \frac{1}{2}\pi$		$\Theta_0 = \frac{2}{3}\pi$		$\Theta_0 = \frac{3}{4}\pi$	
$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [0; \frac{\pi}{2}]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$	$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [0; \frac{\pi}{6}]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$	$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [0; \frac{\pi}{4}]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$
$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$	$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$	$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$
—	—	$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$	$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$
—	—	$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [\frac{5\pi}{6}; \pi]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$	$\sum_{g=1}^m \Theta_g \in [\frac{3\pi}{4}; \pi]$	$\overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4}$

В ур. (10) a_1 принимает максимальное значение при $\beta_1=0$ и является монотонно убывающей функцией от $\sum_{g=1}^m \Theta_g$, следовательно, области, располагающиеся левее, будут иметь меньшее значение $\sum_{g=1}^m \Theta_g$. Для того, чтобы обеспечить доминирующее расположение корней, далее будем рассматривать такой набор коэффициентов (3), при котором $\min\left(\sum_{g=1}^m \Theta_g\right)=0$ (табл. 1, 2). Область, соответствующую данному интервалу значений $\sum_{g=1}^m \Theta_g$, обозначим S_0 . Уравнение прямой d , параллельной мнимой оси, левее которой всегда располагается S_0 , определяется из выражения:

$$\max\left(\sum_{g=1}^m \Theta_g\right) = \frac{\pi}{2} + m \cdot \arctg\left(\frac{\beta_2}{d - \alpha_2}\right). \quad (11)$$

Если при изменении интервальных параметров области локализации свободных полюсов будут находиться в области S_0 , то наибольшая колебательность области локализации назначаемых доминирующих полюсов будет определяться выбранным набором коэффициентов.

5. Методика размещения полюсов

На основании проведенных исследований разработана следующая методика размещения полюсов линейной интервальной динамической системы в заданном секторе.

1. Задаются желаемые координаты доминирующих полюсов ЛИДС, определяющие ее максимальную колебательность, соответствующую Θ_0 .
2. Из табл. 1, 2 выбирается интервал значений $\sum_{g=1}^m \Theta_g$,

(соответствующий Θ_0 и координатам доминирующих полюсов и степени полинома) и соответствующий набор пределов коэффициентов полинома R_p . Если требуется найти набор пределов коэффициентов при другом Θ_0 или при интервальном полиноме более высокого порядка, то следует воспользоваться выражениями (4) и (9).

3. На основании (11) определяется уравнение прямой d , левее которой гарантированно располагается S_0 .
4. Полином (3) приводится к виду

$$\sum_{i=1}^r k_i A_i(p) + B(p) = 0.$$

5. Согласно методике [3] определяются настраиваемые параметры, обеспечивающие желаемое расположение корней полинома R_p .
6. Проверяется расположение областей локализации доминирующих и свободных полюсов ин-

тервальной системы с найденными настройками. В случае выхода областей за заданные границы следует увеличить число настраиваемых коэффициентов.

6. Пример

Пусть для объекта с передаточной функцией

$$W_0(p) = \frac{1}{(p + T_1)(p + T_2)(p + T_3)} \quad (12)$$

необходимо выбрать параметры регулятора

$$W_p(p) = \frac{k_3 p^2 + k_2 p + k_1}{p}. \quad (13)$$

На основании (12) и (13) получим характеристическое уравнение системы

$$p^4 + a_3 p^3 + (b_2 + k_3) p^2 + (b_1 + k_2) p + k_1 = 0,$$

где $a_2 = b_2 + k_3$, $a_1 = b_1 + k_2$, $a_0 = k_1$, $a_3 = [17; 20]$, $b_2 = [192; 200]$, $b_1 = 1024$.

Требуется обеспечить расположение областей локализации двух доминирующих полюсов в секторе $\Theta_0 = \pm \frac{3}{4} \pi$, а свободные полюсы расположить в соответствии с принципом доминирования.

Пусть доминирующие полюса располагаются в точках $\lambda_1 = -1 + j1$ и $\lambda_2 = -1 - j1$. Из табл. 2 выберем пределы коэффициентов полинома, соответствующих области S_0 и сектору $\Theta_0 = \pm \frac{3}{4} \pi : \overline{a_0} \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} a_4$,

$a_4 = 1$, $a_3 = 20$, $a_2 = 200 + k_3$, $a_1 = 1024 + k_2$. Из выражения (11) найдем прямую $d = -3.4$. Для того, чтобы колебательность области локализации доминирующих полюсов определял только один набор коэффициентов, требуется, чтобы область расположения свободных полюсов лежала левее d . С учетом принципа доминирования зададим границу свободных полюсов $X(j\beta) = -7$, $-\infty < \beta < \infty$.

В соответствии с методикой [3], варьируемые параметры регулятора разделены на свободный k_1 и зависимые k_2 и k_3 . После формирования необходимых матриц и векторов проведено D -разбиение по k_1 и построена область, соответствующая желаемому расположению свободных полюсов. При $k_1 = 190$ получены значения зависимых параметров $k_2 = -798$ и $k_3 = -67$. На рис. 2, 3 представлены области локализации полюсов ЛИДС, соответствующие найденным настройкам регулятора.

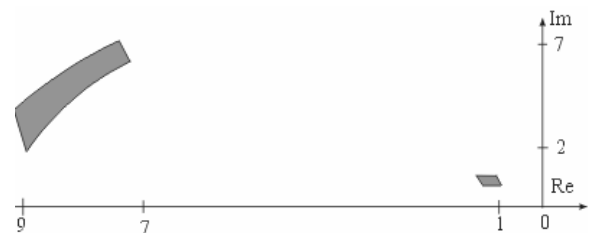


Рис. 2. Области локализации доминирующего и свободного полюсов

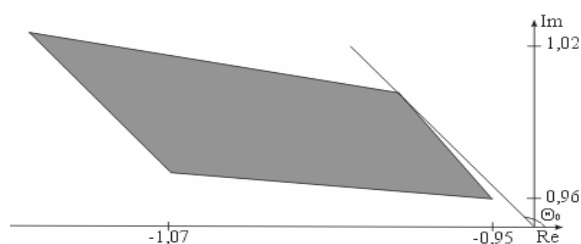


Рис. 3. Область локализации доминирующего полюса

Расположение полученных областей локализации полюсов интервальной системы при найденных значениях варьируемых параметров регулятора полностью удовлетворяют предъявленным требованиям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Райцын Т.М. Синтез систем автоматического управления методом направленных графов. — Л.: Энергия, 1970. — 96 с.
2. Скворцов Л.М. Интерполяционный метод решения задачи назначения доминирующих полюсов при синтезе одномерных регуляторов // Известия РАН. Теория и системы управления. — 1996. — № 4. — С. 10–13.
3. Вадутов О.С., Гайворонский С.А. Решение задачи размещения полюсов системы методом D -разбиения // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2004. — № 5. — С. 23–27.
4. Гусев Ю.М., Ефанов В.Н. Крымский В.Г., Рутковский В.Ю. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы) // Техническая кибернетика. — 1991. — № 1. — С. 3–23.
5. Хлебалин Н.А. Синтез интервальных регуляторов в задаче модального управления // Аналитические методы синтеза регуляторов. — Саратов: Саратовский политехн. ин-т, 1988. — С. 26–30.
6. Захаров А.В. Шокин Ю.И. Синтез систем управления при интервальной неопределенности параметров их математических моделей // Доклады АН СССР. — 1988. — Т. 299. — № 2. — С. 292–295.
7. Удерман Э.Г. Метод корневого годографа в теории автоматического управления. — М.: Наука, 1972. — 448 с.

Заключение

Предложенный подход дает достаточно простую процедуру размещения областей локализации доминирующих полюсов интервальной системы с гарантированной максимальной колебательностью. Разработанная методика позволяет размещать ее свободные полюса в соответствии с принципом доминирования с учетом выполнения фазовых соотношений метода корневого годографа. Возможность выделения из семейства только одного полинома, гарантирующего желаемую динамику интервальной системы, позволяет применять к таким системам различные методы, разработанные для стационарных систем.